

2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO
EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

2º ENP
P Produção
P Projeto
P Pesquisa CPM

SÃO CARLOS - SP / BRASIL

03/04 DE NOVEMBRO DE 2009

APRESENTAÇÃO

CÁLCULO E VERIFICAÇÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE VIGAS PRÉ-TRACIONADAS COM SEÇÃO COMPOSTA E CONSIDERANDO AS PERDAS PROGRESSIVAS DE PROTENSÃO.

Autores: Ms. Thiago Bindilatti Inforsato
Dr. Roberto Chust Carvalho
Dr. Marcelo de Araújo Ferreira

Introdução

- ▶ A pré-fabricação de vigas em concreto protendido com aderência inicial requer que o projetista use conhecimentos específicos da sistemática de protensão e efetue o dimensionamento e as verificações de serviço com ferramentas precisas para ter informações e obter um projeto eficaz.

Objetivo

- ▶ Apresentar neste trabalho um roteiro de cálculo para a determinação da armadura longitudinal considerando as perdas progressivas, a teoria envolvida esta aplicada simultaneamente com o exemplo de aplicação.

Roteiro de Cálculo – Exemplo de aplicação

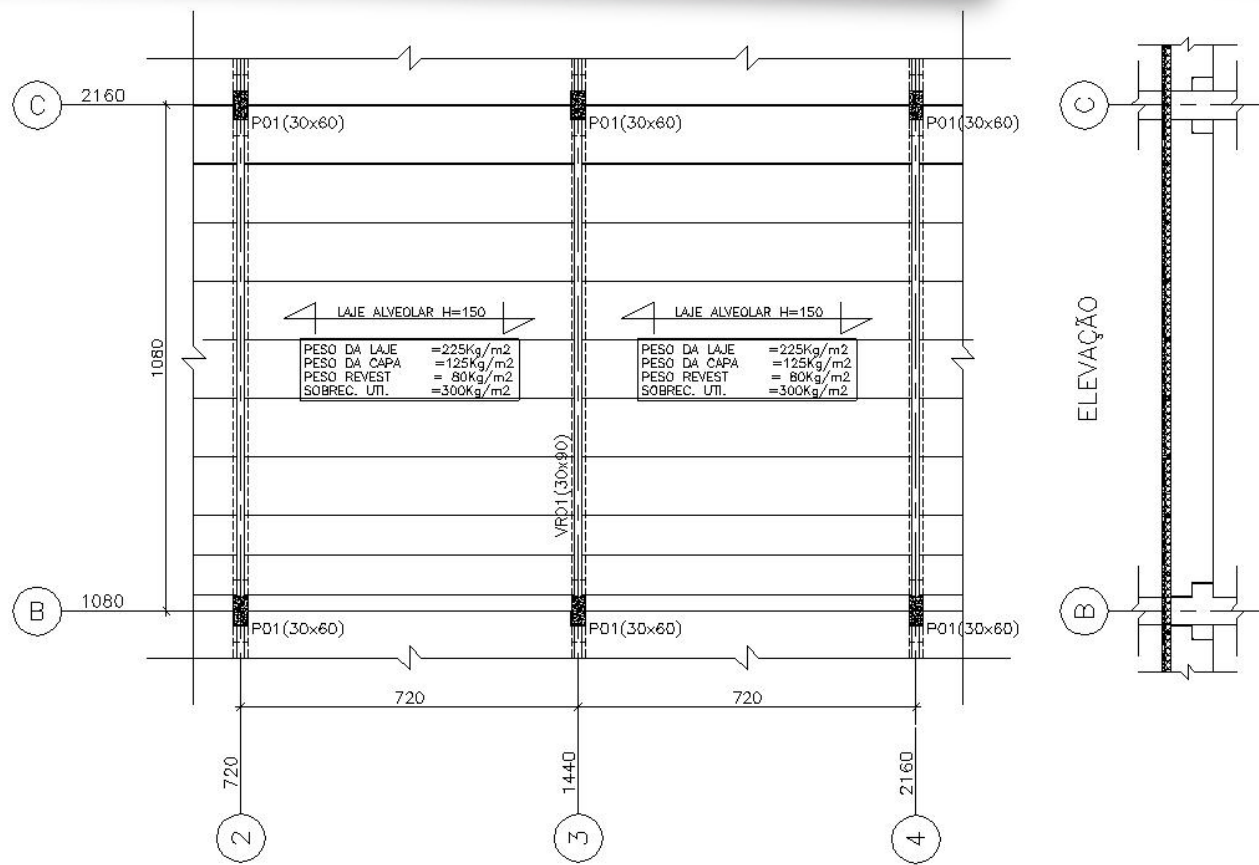
- ▶ Calcular a viga VR01.

2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

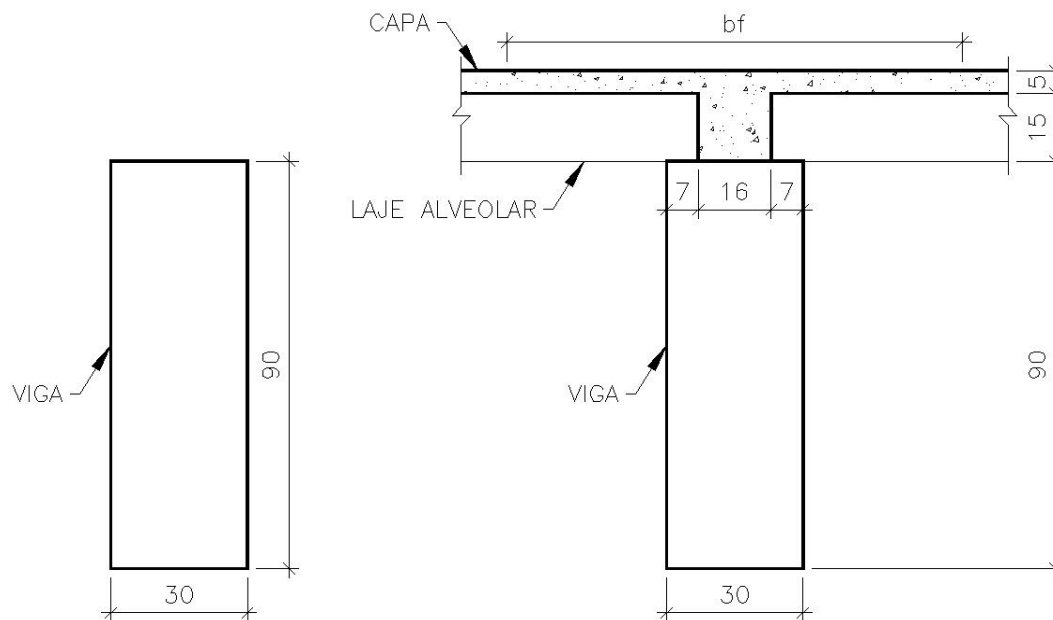
2º ENP
Produção
Projeto
Pesquisa CPM

SÃO CARLOS - SP / BRASIL

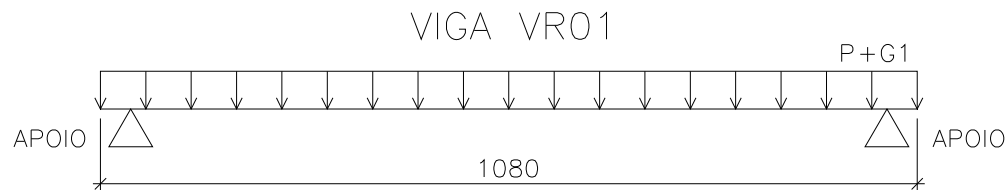
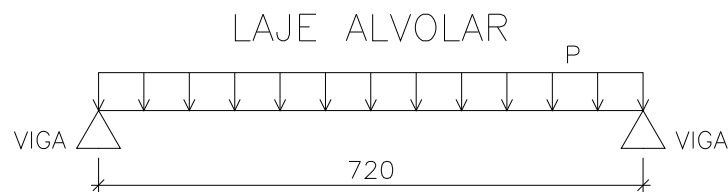
03/04 DE NOVEMBRO DE 2009



✓ Seção transversal



✓ Carregamento



✓ Comprimento da viga

$$l = 1080 - 2 \cdot (30 + 1) = 1018 \text{ cm} = 10,18 \text{ m}$$

✓ Carregamentos

Descrição	Área (m ²)	γ (kN/m ³)	Intensidade (kN/m)
g ₁ – Peso próprio	0,30 x 0,90 = 0,27	25	6,75
g ₄ – Alvenaria	0,15 x 2,20 = 0,33	18	5,94

✓ Carregamentos

Descrição	Intensidade (kN/m ²)	Vão de contribuição (m).	Ação na viga (kN/m).
g ₂ – Laje Alveolar	2,25	7,20	16,20
g ₃ – Capa (esp = 5 cm)	0,05 x 25 = 1,25	7,20	9,00
g ₅ – Revestimento	0,80	7,20	5,76
q – Acidental	3,0	7,20	21,60

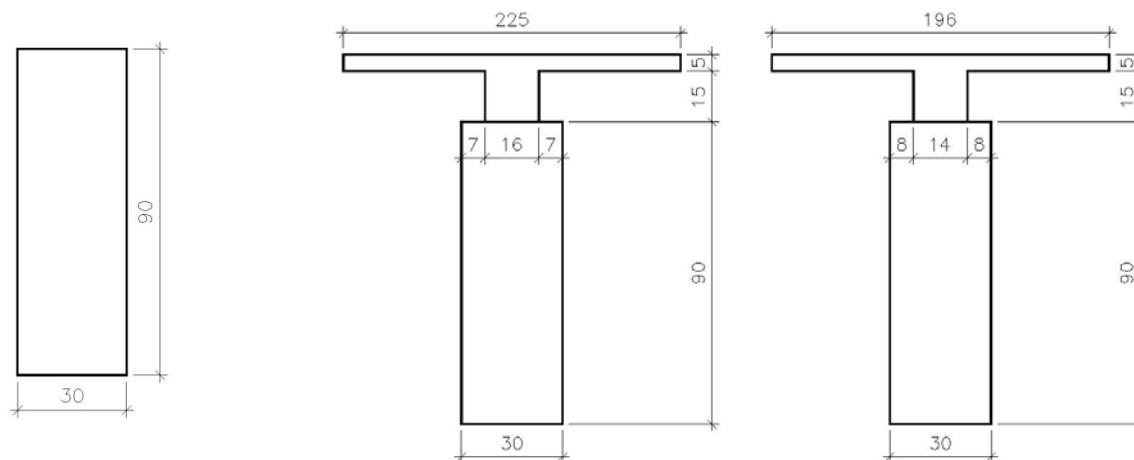
✓ Esforços (Momentos máximos)

Descrição	Intensidade (kN/m)	Vão (m)	Momento máximo (kN.m)
g ₁ – Peso próprio	6,75	9,75	80,21
g ₂ – Laje Alveolar	16,20	9,75	192,50
g ₃ – Capa	9,00	9,75	106,95
g ₄ – Alvenaria	5,94	9,75	70,58
g ₅ – Revestimento	5,76	9,75	68,45
q – Acidental	21,60	9,75	256,67

Características geométricas

- ✓ Seção pré-moldada.
- ✓ Seção composta (Considerando a redução da capa de concreto para devido aos dois tipos de concreto).

Características geométricas



2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO
EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

2º ENP
P Produção
P Projeto
P Pesquisa
CPM

SÃO CARLOS - SP / BRASIL

03/04 DE NOVEMBRO DE 2009

Início do roteiro proposto:

1º Classe de agressividade ambiental

✓ CAA II

2º Nível de protensão a ser aplicando
✓ Tabela 13.3 [NBR 6118:2003].

Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D ¹⁾	Combinação quase permanente

Protensão Limitada

3º Combinação de ações a serem utilizadas
(Ocupação do edifício).

✓ Tabela 11.2 [NBR 6118:2003].

ELS-F

$$f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$\Psi_1=0,6$

Combinação freqüente

ELS-D

$$\sigma \geq 0$$

$\Psi_2=0,4$

Quase permanente

2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO
EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

2º ENP
P Produção
P Projeto
P Pesquisa CPM

SÃO CARLOS - SP / BRASIL

03/04 DE NOVEMBRO DE 2009








4º Carregamentos atuantes com as respectivas datas de carregamento.

2º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

2º ENP
Produção
Projeto
Pesquisa CPM

SÃO CARLOS - SP / BRASIL

03/04 DE NOVEMBRO DE 2009

FASE	TEMPO	AÇÃO	SEÇÃO	PERDAS
1	$t_0 = 0; t = 24$ horas	p		Deformação ancoragem; Relaxação da armadura; Deformação imediata.
2	$t_0 = 1; t = \infty$ dias	$p+g_1$		Retração; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.
3	$t_0 = 15; t = \infty$ dias	$p+g_1+g_2$		Retração; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.
4	$t_0 = 30; t = \infty$ dias	$p+g_1+g_2+g_3$		Retração; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.
5	$t_0 = 45; t = \infty$ dias	$p+g_1+g_2+g_3+g_4$		Retração; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.
6	$t_0 = 60; t = \infty$ dias	$p+g_1+g_2+g_3+g_4+g_5$		Retração; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.
7	$t_0 = 75; t = \infty$ dias	$p+g_1+g_2+g_3+g_4+g_5+q$		Retração; Fluência do concreto; Relaxação da armadura.

5º Estima um perda de protensão e define uma armadura através da verificação da fissuração para a borda inferior.

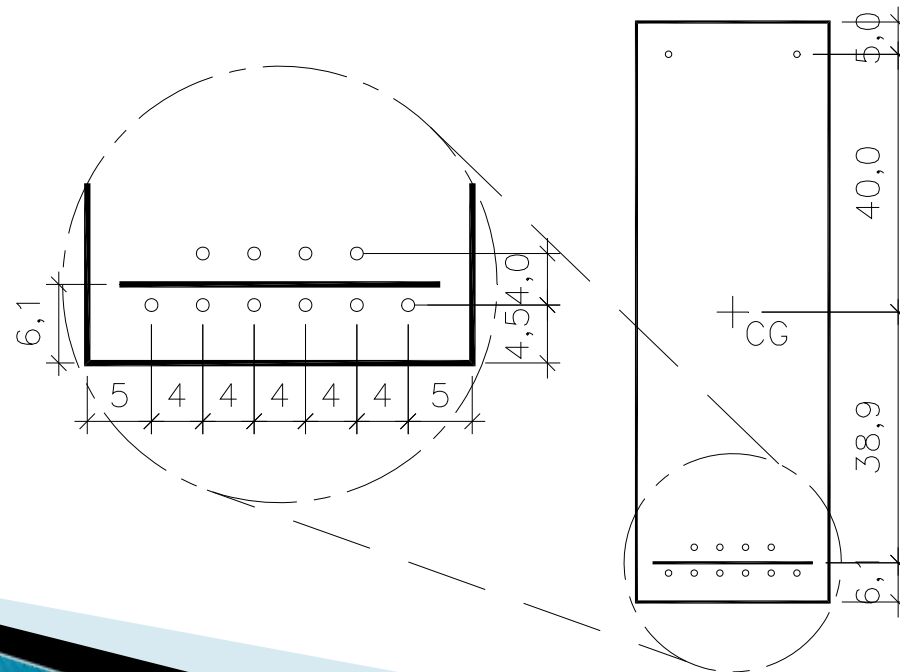
$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i} - \frac{M_{g4} + M_{g5}}{W_{i,comp}} - \frac{\psi_2 \cdot M_q}{W_{i,comp}} \geq 0$$

6º Verificar se a armadura calculada no item 5 tracionada a borda superior além do limite.

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{\overset{\text{Cabo inferior}}{\sigma_{p,t=0} \cdot A_p}}{A} - \frac{\overset{\text{Cabo superior}}{\sigma_{p,t=0} \cdot A_p \cdot e_p}}{W_s} + \frac{\overset{\text{Cabo superior}}{\sigma_{p,t=0} \cdot A'_p}}{A} + \frac{\overset{\text{Cabo inferior}}{\sigma_{p,t=0} \cdot A'_p \cdot e'_p}}{W_s} + \frac{M_{g1}}{W_s} \geq -1,2 \cdot f_{ct,m}$$

$$\sigma_{\text{sup}} = \sigma_{p,t=0} \cdot A_p \left(\frac{1}{A} - \frac{e_p}{W_s} \right) + \sigma_{p,t=0} \cdot A'_p \left(\frac{1}{A} + \frac{e'_p}{W_s} \right) + \frac{M_{g1}}{W_s} \geq -1,2 \cdot f_{ct,m}$$

7º Definição da posição das armaduras determinadas nas etapas 5 e 6, para o cálculo das perdas.



Cálculo das perdas de protensão.

- ✓ Perdas iniciais.
 - ✓ Deformação por ancoragem.
 - ✓ Relaxação da armadura.
 - ✓ Deformação imediata do concreto.

✓ Deformação por ancoragem

$$\Delta l = \frac{\Delta \sigma_{ancor} \cdot l}{E_p}$$

✓ Relaxação da armadura

$$\Psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\Delta\sigma_i}$$

$$\Psi(t, t_0) = \Psi_{1000} \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15}$$

σ_{po}	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 f_{ptk}	0	0	0	0	0
0,6 f_{ptk}	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 f_{ptk}	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 f_{ptk}	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde:
RN é a relaxação normal;
RB é a relaxação baixa.

✓ Deformação imediata do concreto

$$\sigma_{pi} = \sigma_p - (\Delta\sigma_{acora} + \Delta\sigma_{pr})$$

$$\Delta\sigma_{cg,inf} = \alpha_p \cdot \sigma_{c,po+g,inf}$$

$$\Delta\sigma_{cg,sup} = \alpha_p \cdot \sigma_{c,po+g,sup}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} \leftarrow$$

$$N_p = A_p \cdot \sigma_{pi,inf} + A_{p'} \cdot \sigma_{pi,sup}$$

$$M_p = A_p \cdot \sigma_{pi,inf} \cdot e_p - A_{p'} \cdot \sigma_{pi,sup} \cdot e_{p'}$$

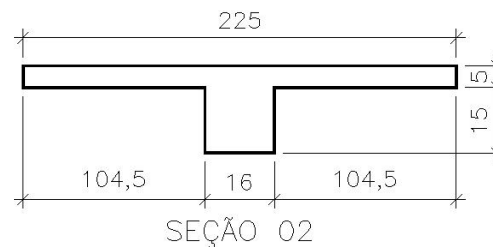
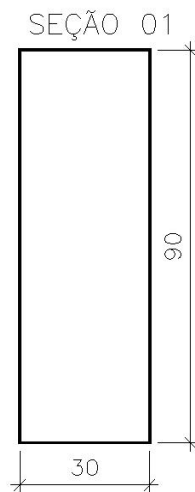
$$\sigma_{c,po+g,inf} = \frac{N_p}{A} + \left(\frac{M_p - M_{g1}}{I} \right) \cdot e_p$$

$$\sigma_{c,po+g,sup} = \frac{N_p}{A} + \left(\frac{-M_p + M_{g1}}{I} \right) \cdot e_{p'}$$

Cálculo das perdas de protensão.

- ✓ Perdas deferidas.
 - ✓ Perda por fluência.
 - ✓ Perda por retração do concreto.
 - ✓ Relaxação da armadura.
 - ✓ Simultaneidade das perdas.

✓ Perda por fluência



✓ Perda por fluência

Dados	
Area da seção de concreto A_c	2700 cm ²
Perimetro da seção em contato com o ar (U_{ar})	210 cm
Ambiente e material	
Umidade relativa do ar (U)	70 %
Temperatura média (T)	20 graus C
Abtimento do concreto (slamp)	9 cm
Tipo do cimento utilizado	3 1 CPIII e IV 2 CPI e II 3 CPV-ARI
Idade do concreto	
no inicio do periodo considerado (t_0)	15
no final do periodo considerado (t)	10000
Resultados	
Coefficiente de fluência $\Phi(t,t_0)$	2,225
Retração do concreto $\epsilon_{CS}(t,t_0)$	-2,44E-04

✓ Perda por fluência

$$\Delta\sigma_{p,c,inf} = \alpha_p \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{N_p}{A} + \left(\frac{+M_p - M_{g1}}{I} \right) \cdot e_p \right] \cdot \varphi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_p}{I} \cdot \varphi_i - \sum_{i=4}^5 \frac{M_{gi} \cdot e_{p,comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_i \\ - \psi_2 \frac{M_q \cdot e_{p,comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_q \end{array} \right\}$$

$$\Delta\sigma_{p,c,sup} = \alpha_p \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{N_p}{A} + \left(\frac{-M_p + M_{g1}}{I} \right) \cdot e_{p'} \right] \cdot \varphi_1 + \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_{p'}}{I} \cdot \varphi_i + \sum_{i=4}^5 \frac{M_{gi} \cdot e_{p',comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_i \\ + \psi_2 \frac{M_q \cdot e_{p',comp}}{I_{comp}} \cdot \varphi_q \end{array} \right\}$$

- ✓ Perda por retração

$$\Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{(t,t_0)} \cdot E_p$$

- ✓ Perda por relaxação da armadura.

$$\Delta\sigma_{p,r} = \sigma_{p0}\chi(t, t_0)$$

$$\chi(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - \psi(t_\infty, t_0)]$$

$$\psi(t_\infty, t_0) = 2,50 \cdot \psi_{1000}$$

✓ Simultaneidade das perdas.

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c, p0+g}\varphi(t, t_0) - \sigma_{cp0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p}$$

$$\chi_{p,inf} = 1 + \chi(t, t_0)_{inf}$$

$$\chi_{p,sup} = 1 + \chi(t, t_0)_{sup}$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t, t_0)$$

$$\eta_{inf} = 1 + e^2 \frac{A_c}{I_c}$$

$$\eta_{sup} = 1 + e^2 \frac{A_c}{I_c}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$$

8º Verificação da fissuração no tempo infinito.

- ✓ ELS-F.
- ✓ ELS-D.

- ✓ ELS-F
 - ✓ Borda inferior.
 - ✓ Combinação freqüente $\psi_1 = 0,6$.

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i} - \frac{M_{g4} + M_{g5}}{W_{i,comp}} - \frac{\psi_1 \cdot M_q}{W_{i,comp}}$$

- ✓ ELS-F.
- ✓ Borda superior.
- ✓ Combinação freqüente $\psi_1 = 0,6$.

$$W_{ts} = \frac{I_{comp}}{y_{ts}} \quad \sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_s} + \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_s} + \frac{M_{g4} + M_{g5}}{W_{ts}} + \frac{\psi_1 \cdot M_q}{W_{ts}}$$

Limites

$$0,21 \cdot f_{ctk,inf} < \sigma < 0,7 f_{ck}$$

- ✓ ELS-D.
- ✓ Borda inferior.
- ✓ Combinação quase permanente $\psi_2 = 0,4$.

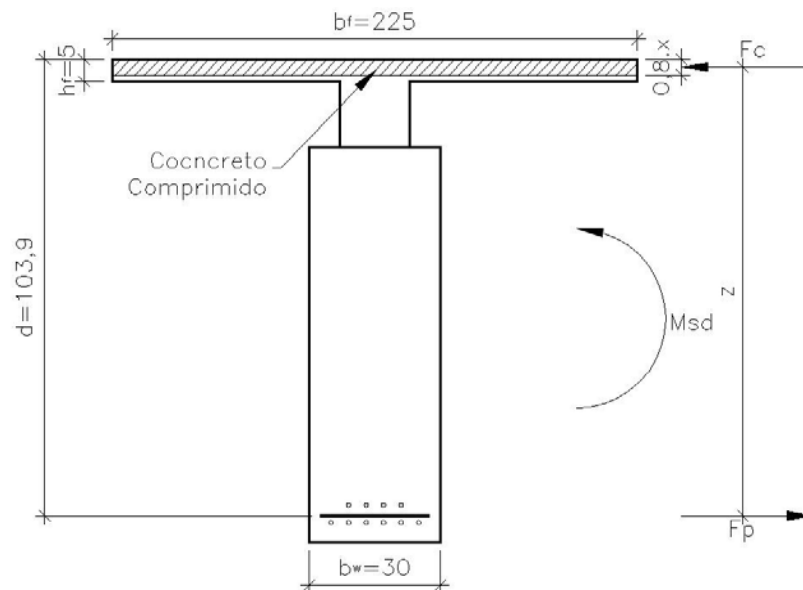
$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_i} - \frac{M_{g4} + M_{g5}}{W_{i,comp}} - \frac{\psi_1 \cdot M_q}{W_{i,comp}}$$

- ✓ ELS-D.
- ✓ Borda superior.
- ✓ Combinação quase permanente $\psi_2 = 0,4$.

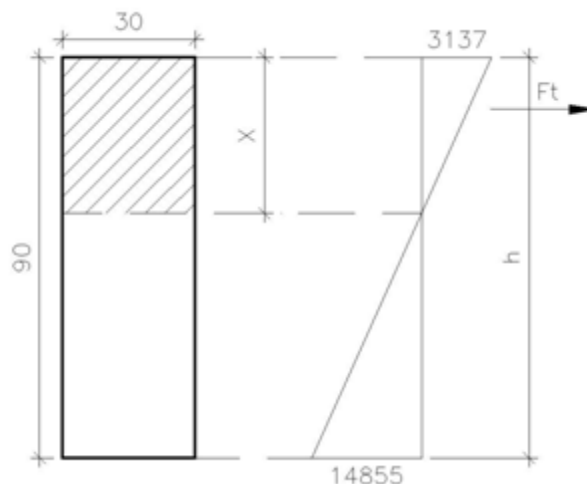
$$W_{ts} = \frac{I_{comp}}{y_{ts}} \quad \sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_s} + \frac{M_{g1} + M_{g2} + M_{g3}}{W_s} + \frac{M_{g4} + M_{g5}}{W_{ts}} + \frac{\psi_1 \cdot M_q}{W_{ts}}$$

Limites $0 < \sigma < 0,7 f_{ck}$

9º Verificação no ELU.



- 10º Verificação em vazio e isolamento de cabos.
- ✓ Em décimo de vão.
 - ✓ Verificar o momento mínimo.
 - ✓ Armar para controlar as fissuras.



11º Verificação de deformação excessiva.

$$M_r = \left(\alpha \cdot f_{ct} + \frac{N_p}{A} \right) \cdot w_i + M_p$$

$$M_r = \alpha \cdot f_{ct} \cdot w_{i,comp} + \frac{N_p}{A} \cdot w_i + M_p$$

$$a_{g5} = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot E_c \cdot I}$$

$$a_p = \frac{M_p \cdot l^2}{8 \cdot E_c \cdot I}$$

$$M_{p,t=\infty} - M_{p,t=0} = \Delta M_p$$

$$\Delta a_p = \frac{\Delta M_p \cdot l^2}{8 \cdot E_c \cdot I}$$

Conclusão

- ▶ A condição determinante para o cálculo da armadura longitudinal foi a verificação de descompressão.
- ▶ Necessidade de colocação de armadura de protensão na borda superior.

Conclusão

- ▶ Frisa-se a questão das perdas que se consideradas de maneira aproximada podem mascarar os resultados, principalmente no que diz respeito às condições de fissuração.

	Perda cabo superior	Perda cabo inferior	Nº de cabos necessários	Nº. de cabos estimados / nº. de cabo calculado
Estimativa 1	10%	15%	7	0,70
Estimativa 2	20%	30%	12	1,20
Situação de cálculo	15,45%	22,98%	10	1,00

Conclusão

- ▶ O método proposto pode-se ser sistematizado e feito através de planilhas eletrônicas ou mesmo através de um programa de computador.
- ▶ FUNCIONOU.